

Humboldt-Universität zu Berlin
Institut für klassische Philologie
Übung: Antike Schriften zur Musik — 5270012
Modul 9: Kontinuitäten, Interferenzen, Differenzen der griechisch-
lateinischen Literatur
Dozentin: Maria Börno
Abgabe: 24.03.2021



Vom Ursprung der Töne

Eine Untersuchung zur Intervalltheorie bei Klaudios
Ptolemaios unter Bezugnahme auf den historischen Kontext
sowie die physikalisch-mathematischen Grundlagen



Verfasser: Sebastian F. Seeber
Anschrift: Schloßstraße 4, 16244 Schorfheide
Kontakt: seeberse@hu-berlin.de — tel.: 0178 1337 1 69
Matrikeln°: 555912
MA: Klassische Philologie — 3. Fachsemester

Inhalt

I. Einleitung: Woher stammen die Töne?	2
II. Hauptteil: Die Intervalltheorie	2
1. Die Obertonreihe	2
2. Die Intervalltheorie des Klaudios Ptolemaios	4
3. Zum historischen Kontext der ptolemaiischen Harmonielehre	9
III. Fazit: Die Suche nach dem Ursprung	10
IV. Anhang	11
1. Literatur	11
2. Hilfsmittel	11
3. Ober- und Folgetonreihe bis zur 15. Stelle	12

I. Einleitung: Woher stammen die Töne?

Wer heute mit dem Klavierspielen beginnt, wird üblicherweise vor ein Instrument gesetzt, bei welchem die Töne einfach vorgegeben sind: Innerhalb einer Oktave befinden sich sieben diatonische Stufen und insgesamt 12 Halbtöne. Aber woher kommen diese Intervalle? Warum sind es nicht acht weiße Tasten zwischen c und c', oder vielleicht sechs? Während es heute in der westlichen modernen Musik ein fest etabliertest Stimmungssystem gibt, namentlich die gleichschwebende Temperatur, wurden in der Antike musikalische Systeme erst entwickelt, welche zugleich Ähnlichkeiten als auch Unterschiede zur modernen Stimmung aufweisen.

In der vorliegenden Arbeit möchte ich die antiken Intervalltheorie anhand der von KLAUDIOS PTOLEMAIOS verfassten Harmonielehre untersuchen. Dabei werde ich auch auf die physikalisch-mathematischen Grundlagen eingehen, welcher dem Verständnis der Intervalle zugrundeliegen, sowie auf den historischen Kontext, in welchem sich die Schrift PTOLEMAIOS' bewegt. Ich hoffe, dass durch diese Auseinandersetzung etwas klarer wird, woher die sieben weißen Tasten auf der Klaviatur stammen, aber auch dass die modernen Intervalle eben nicht genau dieselben sind, welche PTOLEMAIOS und die antike Tradition gebrauchten. Zudem möchte ich zeigen, dass das besonders faszinierende Momentum der antiken Musiktheorie, namentlich die Verbindung von Quantität und Qualität, in der Moderne gleichsam völlig in Vergessenheit geriet.

II. Hauptteil: Die Intervalltheorie

Beginnen werde ich meine Darstellung durch einige Ausführungen zu den mathematisch-physikalischen Grundlagen der Intervalltheorie, namentlich zur sogenannten Ober- und der daraus abgeleiteten Folgetonreihe. Anschließend werde ich auf die Intervalltheorie des PTOLEMAIOS eingehen, um zuletzt einen kurzen Einblick in den historischen Kontext zu liefern, auf welchen sich dieser Autor explizit bezieht.

1. Die Obertonreihe

Die Obertonreihe ist ein „physikalisches Phänomen der im musikalischen Ton (bzw. physikalischen Klang) gleichzeitig schwingenden Frequenzen“¹. Sie ist also eine physikalische Realität. Sobald beispielsweise eine Saite schwingt, schwingen die entsprechenden Obertöne automatisch mit. Die Frequenzen dieser Obertöne wiederum haben ein exaktes mathematisches Verhältnis zur Frequenz der schwingenden Saite respektive des Grundtons. Es gibt also Intervalle,

¹ Michels, Ulrich: dtv-Atlas Musik. Systematischer Teil. Musikgeschichte von den Anfängen bis zur Gegenwart. München: 2008 [fortan zit. als: Michels, Ulrich: AM], S. 89

welche von Natur aus gegeben sind, wobei diesen Intervallen mathematische Verhältnisse zugrundeliegen. Die Obertonreihe ist ihrem Wesen nach unbegrenzt und zudem selbstähnlich, wobei die Obertöne in einer festen Reihenfolge auftreten, sodass gleichsam eine Hierarchie zwischen ihnen besteht. Im Folgenden werde ich den Beginn dieser Obertonreihe darstellen, um während der weiteren Untersuchung darauf Bezug nehmen zu können. Als Grundton soll exemplarisch der Kammerton a' mit einer Schwingung von 440 Hz dienen:²

Obertonreihe	Frequenz	Verhältnis	Tonhöhe	Intervall
Grundton	440 Hz	1/1	a'	Einklang
1. Oberton	880 Hz	2/1	a''	Oktave
2. Oberton	1320 Hz	3/1	e''	Oktave + Quinte
3. Oberton	1760 Hz	4/1	a'''	Doppeloktave
4. Oberton	2200 Hz	5/1	cis'''	Doppeloktave + gr. Terz
5. Oberton	2640 Hz	6/1	e'''	Doppeloktave + Quinte
...				

Nun entsteht allerdings aus dieser ersten noch eine zweite Reihe von Intervallen, da von jeweils zwei benachbarten Tönen der Obertonreihe ebenfalls ein Intervall gebildet wird. Diese Reihe ergibt sich aus der ersten und ist dementsprechend ebenfalls ein natürliches, physikalisches Phänomen. Im Folgenden stelle ich den Beginn dieser Reihe, welche ich als *Folgetonreihe* bezeichnen möchte, tabellarisch dar:

Folgetonreihe	Frequenz	Verhältnis	Tonhöhe	Intervall
Grundton	440 Hz	1/1	a'	Einklang
1. Folgeton	880 Hz	2/1	a''	Oktave
2. Folgeton	660 Hz	3/2	e'	Quinte
3. Folgeton	≈ 587 Hz	4/3	d'	Quarte
4. Folgeton	550 Hz	5/4	cis'	gr. Terz
5. Folgeton	528 Hz	6/5	c'	kl. Terz
...				

² Wichtig ist zu bemerken, dass in allen Tabellen dieser Arbeit sämtliche Tonhöhen außer dem Einklang und der Oktave **nicht exakt** den Tönen, Frequenzen und Intervallen der modernen Stimmung (gleichschwebende Temperatur) entsprechen, auch wenn die Töne und Intervalle dieselben Namen tragen. Die in allen Tabellen angegebenen Tonhöhen sind reiner und natürlicher als die der gleichschwebenden Temperatur, da diese moderne Stimmung eine Art Kompromiss darstellt, bei welchem alle Intervalle außer der Einklang und die Oktaven gleichermaßen verstimmt sind, dies allerdings nur um einen kaum bis gar nicht wahrnehmbaren Betrag. Vgl. dazu auch die Fußnote 24. — Eine Ober- und Folgetonreihe bis zur 15. Stelle findet sich im Anhang.

Mit den Proportionen und Intervallen lässt sich nun auf folgende Weise rechnen: Wenn ich zwei Intervalle addieren möchte, so muss ich die Verhältnisse derselben multiplizieren. Eine Quinte zusammen mit einer Quarte ergibt bekanntlich eine Oktave. Dem entspricht auf der mathematischen Ebene: $\frac{3}{2}$ (Quinte) $\times \frac{4}{3}$ (Quarte) = $\frac{12}{6}$ = $\frac{2}{1}$ (Oktave). Möchte ich ein Intervall von einem anderen abziehen, so muss ich das erste Verhältnis durch das zweite teilen oder, was mathematisch gesehen dasselbe ist, das erste Verhältnis mit dem Kehrbuch des zweiten multiplizieren. Was passiert beispielsweise, wenn ich von einer Quinte eine große Terz abziehen? $\frac{3}{2}$ (Quinte) $\times \frac{4}{5}$ (Kehrbuch der gr. Terz) = $\frac{12}{10}$ = $\frac{6}{5}$ (kl. Terz). Es bleibt also das Intervall einer kleinen Terz übrigen. Soviel zu den *Grundrechenarten der Intervalltheorie*.

Zuletzt sei erwähnt, dass sich die Töne sowohl der Oberton- als auch der Folgetonreihe durch die entsprechenden Verhältnisse auch auf dem Monochord erzeugen und damit erforschen lassen. Da sich die Länge einer Saite allerdings antiproportional zur Frequenz derselben verhält, müssen hier alle Verhältnisse umgekehrt werden. Wenn ich also eine schwingende Saite auf den Kammerton a' gestimmt habe, so erklingt die Oktave (a''), wenn ich die Saitenlänge durch einen Steg halbiere (Verhältnis: $\frac{1}{2}$). Bei einem Drittel der Saitenlänge ($\frac{1}{3}$) erklingt das e'', bei $\frac{1}{4}$ das a'', usw. Ebenso verhält es sich mit der Folgetonreihe. Bei $\frac{2}{3}$ der Saitenlänge erklingt das e', bei $\frac{3}{4}$ das d', bei $\frac{4}{5}$ das cis', usw.

Die Intervalle beider Reihen ergeben sich also einerseits als Ober- respektive Folgetöne, andererseits als Töne, die entstehen, wenn eine Saite nach exakten mathematischen Verhältnissen geteilt und angeschlagen wird. Nachdem die für das Verständnis notwendigen mathematisch-physikalischen Grundlagen nun dargelegt wurden, möchte ich im Folgenden die Intervalltheorie des KLAUDIOS PTOLEMAIOS im Lichte dieser Erkenntnisse betrachten.

2. Die Intervalltheorie des KLAUDIOS PTOLEMAIOS

Die Intervalltheorie des KLAUDIOS PTOLEMAIOS, welcher im 2. Jahrhundert n. d. Z. lebte und vor allem als Mathematiker und Astronom bekannt wurde, findet sich besonders im ersten Buche seiner Harmonielehre. Ganz grundlegend unterscheidet PTOLEMAIOS zunächst zwischen sogenannten *Isotonen* (οἱ ἰσότονοι) und *Anisotonen* (οἱ ἀνισότονοι). Die Isotone sind Töne mit derselben Tonhöhe, modern gesprochen also Einklänge. Die Anisotone sind wörtlich dementsprechend die Nicht-Einklänge³, also alle anderen Intervalle.⁴ Anschließend beginnt seine Ausführung zu den Intervallen damit, dass er angibt, das Thema werde richtig angegangen, wenn man die Anisotone „zuerst in drei Arten einteile, und zwar als erstes aufgrund der höchsten Qualität

³ Vgl. zu ἀ- / ἄν- als verneinendem Prefix: Frisk, Hjalmar: Griechisches Etymologisches Wörterbuch. Band I: A — Ko. Heidelberg: 1973, S. 1

⁴ Vgl. zu diesem Absatz: Ptolemaios, Klaudios: Die Harmonielehre. Herausgegeben von Ingemar Düring. Göteborg: 1930 [fortan zit. als: Ptolemaios, Klaudios: DH], S. 9 f.

die [Art] der *Homophone*, als zweites die der *Symphone* und als drittes die der *Emmele*.“⁵ Diese drei Arten werden im Folgenden näher bestimmt. Zu den Homophonen zählt PTOLEMAIOS die Oktave (ἡ διὰ πᾶσων) sowie diejenigen Intervalle, welche sich nur aus Oktaven zusammensetzen: also auch die Doppeloktave, die dreifache Oktave, usw. Für die weitere Untersuchung möchte ich allerdings nur diejenigen Intervalle näher betrachten, welche sich innerhalb des Oktavrahmens bewegen, da dies die Frage nach dem Ursprung der heptatonisch-diatonischen Skalen hinreichend behandelt.

Interessant ist dabei seine Begründung für diese eigene Gruppe. Er definiert als Homophone nämlich „diejenigen [Töne], welche dem Gehör bei der gemeinsamen Berührung die Wahrnehmung von einem einzigen [Ton] eingeben“⁶. Diese Beobachtung lässt sich nun nicht nur akustisch nachvollziehen, sie zeigt sich vielmehr auch an der Obertonreihe: Die Obertonreihe nämlich besitzt, wie bereits angesprochen wurde, eine selbstähnliche Struktur: Jeder neue Oberton wiederholt sich dabei in allen höheren Oktaven. In der (I) ersten Oktave der Obertonreihe steht als Oberton nur (i) die Oktave, in der (II) zweiten Oktave stehen (i) die Quinte und (ii) die Oktave, in der dritten (III) Oktave (i) die große Terz, (ii) die Quinte, (iii) die Naturseptime und (iv) die Oktave, usw. Folglich kommen in jeder Oktave einerseits neue Obertöne hinzu, andererseits wiederholen sich die alten.

Dieser mathematisch-physikalischen Tatsache ist es geschuldet, dass alle Homophone samt all ihrer Obertöne wiederum Obertöne des entsprechenden Grundtons sind. Über einen gegebenen Grundton eine Oktave oder eine Doppeloktave zu spielen, bedeutet also physikalisch gesehen nichts anderes, als die Obertöne dieses Grundtons akustisch zu verstärken. Die Obertöne werden demnach im Verhältnis zum Grundton lauter, aber es entsteht kein neuer Klang. Die Obertonreihe bestätigt also die Einteilung des PTOLEMAIOS und die genannte Verschmelzung in eins, welche er dem Gehör entnimmt. Die Obertonreihe im Anhang lässt die Selbstähnlichkeit deutlich hervortreten.

Als Symphone innerhalb der Oktave wiederum bezeichnet PTOLEMAIOS die Quinte und die Quarte, wobei er hinzufügt, dass „sich die Homophone gewissermaßen aus den Symphonen zusammensetzen“.⁷

Als Beispiel für die Emmele nennt er explizit zunächst nur den Ganzton, fügt aber auch hier hinzu, dass „[sich] die Symphone aber aus den Emmelen [zusammensetzen]“.⁸

⁵ Ebenda, S. 15.: „διελομένους τὸ πρῶτον εἰς εἶδη τρία [...], προηγούμενον μὲν ἀρετῆς ἕνεκα τὸ τῶν ὁμοφώνων, δεύτερον δὲ τὸ τῶν συμφώνων, τρίτον δὲ τὸ τῶν ἐμμελῶν.“ — Ich verzichte auf eine Übersetzung der drei Ausdrücke, welche PTOLEMAIOS in seiner Dihairese gebraucht, und bilde diese einfach im Deutschen ab, da es mir sinnvoller erscheint, neue, unbekannte Ausdrücke zu verwenden und diese im Folgenden mit Bedeutung anzureichern, als auf Ausdrücke zurückzugreifen, welche in der deutschen Sprache bereits mit einer Bedeutung belegt sind. Die Grundformen, welcher meiner Übersetzung hier und im Folgenden zugrunde liegen, lauten dementsprechend: Das Homophon, das Symphon und das Emmel.

⁶ Ebenda, S. 15.: „οἱ κατὰ τὴν σύμψανσιν ἐνὸς ἀντίληψιν ἐμποιοῦντες ταῖς ἀκοαῖς“

⁷ Ebenda, S. 15.: „συντίθενται πῶς οἱ μὲν ὁμόφωνοι τοῖς συμφώνοις“

⁸ Ebenda, S. 15.: „οἱ δὲ σύμφωνοι τοῖς ἐμμελέσι.“

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass PTOLEMAIOS abgesehen vom Einklang drei Arten von Intervallen unterscheidet, namentlich die Homophone, die Symphone und die Emmele, wobei die Qualität derselben in ebendieser Reihenfolge abnimmt und die Intervalle der qualitativ wertvolleren Gruppe sich jeweils aus den Intervallen der nächst minderwertigen Gruppe zusammensetzen. Anschließend geht PTOLEMAIOS auf die entsprechenden Zahlenverhältnisse ein. Hierbei gilt grundsätzlich der Gedanke: Je höher die Qualität des Intervalls, desto höher muss auch die Qualität, also die Einfachheit, des mathematischen Verhältnisses sein.

Er beginnt nun, wie er selbst sagt, indem er „denselben Anfang [...] wie die Pythagoreer“⁹ zugrunde legt, und ordnet den Isotonen, also den Einklängen, die gleichen Zahlen zu, ergo das 1/1-Verhältnis. Dies entspricht auch der modernen Vorstellung, wonach beide Töne eines Einklangs dieselbe Frequenz haben. Nun folgt die Analogie: Je näher ein Intervall der Konsonanz des Einklangs kommt, desto näher muss die mathematische Proportion dem 1/1-Verhältnis kommen. Die Oktave ist als das erste Homophon dem Einklang am nächsten, das nächste Verhältnis ist nach PTOLEMAIOS das 2/1-Verhältnis, sodass der Oktave dieses 2/1-Verhältnis zugeordnet wird. Dies entspricht exakt dem mathematischen Verhältnis der Oktave in der Obertonreihe.

Anschließend ordnet PTOLEMAIOS der Quinte und der Quarte, also den ersten Symphenen, „welche die Oktave auf möglichst ähnliche Weise in zwei Teile teilen“¹⁰, diejenigen Verhältnisse zu, „welche dieses [scil.: das 2/1-Verhältnis] auf möglichst ähnliche Weise in zwei Teile teilen“¹¹. Diese Verhältnisse sind das 3/2- sowie das 4/3-Verhältnis. Auch darin stimmt er mit den bereits besprochenen Reihen überein. Die Quarte selbst ist zwar kein Oberton, findet sich jedoch in der Folgetonreihe. Die Quinte entspricht demnach dem 3/2-Verhältnis, die Quarte dem 4/3-Verhältnis, wobei Quinte und Quarte gemeinsam eine Oktave bilden, was sich auch auf der mathematischen Ebene niederschlägt: $3/2$ (Quinte) $\times$ $4/3$ (Quarte) = $12/6 = 2/1$ (Oktave).

Die bisherige Darstellung offenbart bereits einen fundamentalen Aspekt der griechischen Musiktheorie. Die Griechen nämlich „legten ihrem Tonsystem ein **Tetrachord** (Viertonreihe) zu Grunde, dessen Ecktöne feststanden und dessen veränderliche Innentöne die 3 möglichen **Tongeschlechter** bestimmten“¹². Die bisherigen Intervalle, namentlich Oktave, Quinte und Quarte, sowie die entsprechenden Verhältnisse, ergeben zwei Tetrachorde innerhalb einer Oktave, was ich in der folgenden Tabelle darstelle:

⁹ Ebenda, S. 15: „ἀρχὴν [...] τὴν αὐτὴν τοῖς Πυθαγορείοις“

¹⁰ Ebenda, S. 16: „οἱ τὸ διὰ πασῶν δίχα ἔγγιστα διαιροῦντες“

¹¹ Ebenda, S. 15 f.: „οἱ δίχα τοῦτον ἔγγιστα διαιροῦντες“

¹² Michels, Ulrich: AM, S. 91

	1. Tetrachord				2. Tetrachord			
Stufen	Grundton			Quarte	Quinte			Oktave
Verhältnisse	1/1			4/3	3/2			2/1
Tonbeispiele	a'			d'	e'			a''

Nun geht es freilich darum, die Lücken dieser Tetrachorde aufzufüllen. PTOLEMAIOS führt dazu weiter aus, dass sich an das 4/3-Verhältnis diejenigen Verhältnisse anschließen, „welche es [scil.: das 4/3-Verhältnis] in symmetrischen Abständen zusammensetzen“¹³, wobei er hinzufügt, dies seien „die kleineren der epimorischen [Verhältnisse] selbst“¹⁴. Diesen Verhältnissen ordnet er die Emmele zu, also „den Ganzton und all diejenigen [Intervalle], welche das Kleinste der symphonischen [Intervalle] [scil.: die Quarte] zusammensetzen“¹⁵.

Er schließt das siebte Kapitel des ersten Buches damit ab, dass er dem Ganzton das 9/8-Verhältnis zuordnet, wobei er erklärt, dieser werde „durch den Unterschied der beiden ersten epimorischen [Verhältnisse] und Symphone“¹⁶ bestimmt. Der Ganzton ist demnach das Intervall zwischen Quarte und Quinte, wobei sein Verhältnis mathematisch aus dem Unterschied derselben berechnet wird:¹⁷ $3/2$ (Quinte) $\times$ $3/4$ (Kehrbruch der Quarte) = $9/8$ (Ganzton). Der Ganzton mit dem 9/8-Verhältnis ist dabei der achte Oberton der Obertonreihe.¹⁸

Die wesentlichen Prinzipien für die Intervalltheorie sind damit gegeben: Die Oktave teilt sich in zwei Tetrachorde, welche ihrerseits durch emmelische Intervalle aufgefüllt werden. Nun gibt es natürlich eine ganze Reihe von Möglichkeiten, die Tetrachorde aufzufüllen, wodurch sich dann die verschiedenen Tonarten ergeben, welche wiederum in drei Tongeschlechter eingeteilt werden, namentlich die Enharmonik, die Chromatik und die Diatonik¹⁹. PTOLEMAIOS gibt hierfür im 15. Kapitel des ersten Buches die entscheidende Voraussetzung an, welche für sämtliche Tonarten gilt. Diese besagt, „dass das letzte der drei Intervalle [im Tetrachord] kleiner zusammengestellt werde als jedes der beiden anderen“²⁰. Die ganz grundsätzliche Vorgehensweise von PTOLEMAIOS besteht nun darin, zunächst den Tetrachord, also die Quarte beziehungsweise das 4/3-Verhältnis, auf

¹³ Ptolemaios, Klaudios: DH, S. 16: „οἱ συντιθέντες αὐτὸν ἐν συμμετροῖς ὑπεροχαῖς“

¹⁴ Ebenda, S. 16: „οἱ ἐλάττους αὐτῶν τῶν ἐπιμορίων“ — Auch hier übersetzte ich ἐπιμόριος nicht, sondern gebe es im Deutschen einfach mit *epimorisch* wieder. Gemeint sind Verhältnisse, bei welchen der Zähler um Eins größer ist als der Nenner, also beispielsweise $3/2$, $4/3$, $5/4$, $6/5$, ...

¹⁵ Ebenda, S. 16: „ὁ τόνος καὶ ὅσοι συντιθέασιν τὴν ἐλαχίστην τῶν συμφωνιῶν“

¹⁶ Ebenda, S. 16: „διὰ τῆς ὑπεροχῆς τῶν δύο πρώτων ἐπιμορίων τε καὶ συμφώνων“

¹⁷ Zur Erinnerung an die eingangs dargelegten Grundrechenarten: Um ein Intervall vom anderen abzuziehen, multipliziere ich mit dem Kehrbruch des abzuziehenden Intervalls!

¹⁸ Vgl. dazu die Ober- und Folgetonreihe im Anhang.

¹⁹ Vgl.: Michels, Ulrich: AM, S. 177: Die drei Tongeschlechter.

²⁰ Ptolemaios, Klaudios: DH, S. 33: „τὸ τὰ ἐπόμενα τῶν τριῶν μεγεθῶν ἐλάττονα συνίστασθαι τῶν λοιπῶν ἐκατέρου“

die bereits bekannte Weise erneut in zwei Hälften aufzuteilen, wodurch sechs neue Verhältnisse respektive Intervalle entstehen, „denn das 4/3-Verhältnis wird dadurch komplett erfüllt, wenn sich erstens (i) mit dem 5/4- das 16/15-Verhältnis verbindet [$5/4 \times 16/15 = 80/60 = 4/3$], zweitens (ii) mit dem 6/5- das 10/9-Verhältnis [$6/5 \times 10/9 = 60/45 = 4/3$] oder drittens (iii) mit dem 7/6- das 8/7-Verhältnis [$7/6 \times 8/7 = 56/42 = 4/3$]“²¹. Der Größe nach geordnet handelt es sich bei diesen Intervallen um (i) die große Terz, (ii) drei verschiedene kleine Terzen, (iii) eine große Sekunde und (iv) eine kleine Sekunde, welche als epimorische Verhältnisse allesamt in der Folgetonreihe vorkommen, wobei die große Terz sowie die große Sekunde auch in der Obertonreihe selbst vertreten sind.²²

Anschließend werden weitere Teilungen vorgenommen, sodass insgesamt sechs verschiedene Tetrachorde entstehen, wobei jedes Tetrachord letztendlich vier Töne umfasst. Eines dieser Tetrachorde, das Ptolemaios im 15. Kapitel vorstellt, ist das „diatonisch angespannte“²³, welches aus zwei verschiedenen großen Sekunden [10/9 und 9/8], die gemeinsam eine große Terz bilden [$10/9 \times 9/8 = 90/72 = 5/4$], und einer kleinen Sekunde [15/16] zusammengesetzt ist. Zwei dieser Tetrachorde zusammengenommen entsprechen in etwa dem, was wir heute als Dur-Tonleiter kennen:

	1. Tetrachord				2. Tetrachord			
Stufen	Grundton	gr. Sekunde -	gr. Terz	Quarte	Quinte	gr. Sexte	gr. Septe	Oktave
Verhältnisse	1/1	10/9	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2/1
Tonbeispiele	a'	h'	cis'	d'	e'	fis'	gis'	a''

Zusammenfassend möchte ich an dieser Stelle festhalten, dass (i) einerseits die weißen Tasten auf dem Klavier ihren Ursprung offenbar in den Tetrachorden der Antike haben, wobei die einfachen Zahlenverhältnisse, welche sich in der obigen Tabelle zeigen, freilich durch die gleichschwebende Temperatur völlig verloren gingen²⁴, dass aber andererseits (ii) die antike Musiktheorie deutlich mehr Intervalle kannte als die Moderne, nämlich eine ganze Reihe

²¹ Ebenda, S. 34: „συνπληροῖ γὰρ τὸν ἐπίτριτον τῷ μὲν ἐπὶ δ' προστεθείς ὁ ἐπὶ ιε', τῷ δὲ ἐπὶ ε' ὁ ἐπὶ θ', τῷ δὲ ἐπὶ ζ' ὁ ἐπὶ ζ'“

²² Vgl. die Ober- und Folgetonreihe im Anhang. Interessant ist zu sehen, dass es in der Folgetonreihe drei verschiedene kleine Terzen und sieben verschiedene große Sekunden gibt. Als Emmelen entsprechen diesen epimorische Verhältnisse.

²³ Ebenda, S. 37: „διατονικὸν σύντονον“

²⁴ Die gleichschwebende Temperatur, welche die moderne und im Westen allgemein verbreitete Stimmung darstellt, zeigt einzig beim Einklang sowie den Oktaven ein Verhältnis natürlicher Zahlen. Zum Vergleich: die gleichschwebend temperierte Quinte beispielsweise korrespondiert mit dem Verhältnis $2^{7/12}$ [als Dezimalbruch $\approx 1,4983$], während die Quinte des PTOLEMAIOS und der Obertonreihe mit dem Verhältnis $3/2$ [als Dezimalbruch $= 1,5$] korrespondiert. Die gleichschwebend temperierte große Terz entspricht dem Verhältnis $2^{1/3}$ [$\approx 1,2599$], die des PTOLEMAIOS und der Obertonreihe dem Verhältnis $5/4$ [$= 1,25$].

verschiedener Terzen, Ganz-, Halb- und sogar Vierteltöne, und dass (iii) die Frage danach, mit welchen Intervallen eine Tonart aufgebaut und entsprechend ein Instrument richtig gestimmt werde von großem Interesse war, wobei viele verschiedener Stimmungen und Versuche nebeneinander existierten.

3. Zum historischen Kontext der ptolemaiischen Harmonielehre

Wie FRANZ BÖLL zutreffend bemerkt, bewegt sich PTOLEMAIOS zwischen dem Ansatz der Pythagoreer auf der einen und dem der Aristoxenianer auf der anderen Seite: „Einerseits haben die Pythagoreer in ihrer Akustik sich zu sehr auf die bloße [sic!] Zahlenspekulation verlassen; andererseits die Aristoxenianer, auf die Ergebnisse der Beobachtung sich stützend, die Berechnungen nur so im Vorbeigehen und zwar falsch angewendet. Die Irrtümer beider Schulen nachzuweisen und zu verbessern, erklärt Ptolemäus [sic!] für seine Aufgabe.“²⁵ Beide Schulen werden im Text mehrfach namentlich genannt.

Das Interessante dabei ist, dass sich PTOLEMAIOS' Ansatz folglich zwischen akustischer Wahrnehmung und mathematischer Berechnung bewegt. Dies macht er auch ganz zu Beginn seines Werkes deutlich, nämlich bereits im ersten Satz des ersten Kapitels, welches unter der Überschrift „Über die Kriterien in der harmonischen [Kunst]“²⁶ steht: „Die harmonische [Kunst] ist die Fähigkeit, welche im Stande ist, die Unterschiede in den Klängen bezüglich dem Hohen und dem Tiefen zu begreifen, wobei der Klang — das erste und allgemeinste der hörbaren [Phänomene] — eine Eigenschaft der Luft [ist], wenn diese geformt wird. Und die Kriterien der harmonischen [Kunst] sind Gehör und Berechnung, nicht aber auf dieselbe Weise, sondern das Gehör für das Materielle und dessen Zustand, die Berechnung aber für die Idee und das zugrunde Liegende, ...“²⁷

Diese Herangehensweise zeigt sich im Verlauf seiner ganzen Intervalltheorie. Beispielsweise werden die Homophone akustisch als „diejenigen [Töne], welche dem Gehör bei der gemeinsamen Berührung die Wahrnehmung von einem einzigen [Ton] eingeben“²⁸, bestimmt. Im Gegensatz dazu tendiert PTOLEMAIOS beispielsweise bei den kleinen Intervallen dazu, der Berechnung den Vorrang einzuräumen: „Denn da die Berechnung [...] bei so äußerst kleinen Unterschieden vertrauenswürdiger ist als die Wahrnehmung, ...“²⁹

²⁵ Böll, Franz: Studien über Claudius Ptolemäus. Ein Beitrag zur Geschichte der griechischen Philosophie und Astrologie. Leipzig: 1894, S. 95

²⁶ Ptolemaios, Klaudios: DH, S. 3: „Περὶ τῶν ἐν ἁρμονικῇ κριτηρίων“

²⁷ Ebenda, S. 3: „Ἀρμονικὴ ἐστὶ δύναμις καταληπτικὴ τῶν ἐν τοῖς ψόφοις περὶ τὸ ὅζον καὶ τὸ βαρὺ διαφορῶν, ψόφος δὲ πάθος ἀέρος πλησσομένου — τὸ πρῶτον καὶ γενικώτατον τῶν ἀκουστῶν — καὶ κριτήρια μὲν ἁρμονίας ἀκοή καὶ λόγος, οὐ κατὰ τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον, ἀλλ' ἢ μὲν ἀκοή παρὰ τὴν ὕλην καὶ τὸ πάθος, ὁ δὲ λόγος παρὰ τὸ εἶδος καὶ τὸ αἶτιον, ...“

²⁸ Ebenda, S. 15: „οἱ κατὰ τὴν σύμψαυσιν ἐνδὸς ἀντίληψιν ἐμποιοῦντες ταῖς ἀκοαῖς“

²⁹ Ebenda, S. 21 f.: „ὁ γὰρ λόγος ἀξιопιστότερος ὢν [...] τῆς αἰσθήσεως ἐν ταῖς οὕτω βραχυτάταις διαφοραῖς ...“

PTOLEMAIOS macht also von beiden Prinzipien, Berechnung und Wahrnehmung, Gebrauch und versucht, sie miteinander in Einklang zu bringen. Für ihn ist die Musik eine Schnittstelle zwischen Mathematik einerseits und Wahrnehmung andererseits, zwischen Qualität und Quantität also, und diese besondere Stellung der Musik ist es, welcher derselben in der Antike einen so hohen Stellenwert verleiht: „Qualitatives (Töne) war auf Quantitatives (Saiten = Wellenlängen) exakt zurückgeführt. [...] Quantitatives, Materielles und mittels der Zahl Berechenbares (Saitenlänge, Monochord) erhielt eine seelische Gestalt, einen psychischen Wert (Intervalle, Töne)“³⁰. Es ist dies ein Aspekt der Musik, der heutzutage kaum noch Beachtung findet. PTOLEMAIOS selbst findet dabei dieselben Verhältnisse, welche den Intervallen zugrunde liegen, im zweiten und dritten Buch seiner Harmonielehre auch in der Seele des Menschen und den Bewegungen der Himmelskörper wieder: Die ganze Welt ist Harmonik, und die Musik ist zugleich Kunst und Wissenschaft, die dazu dient, die harmonische Welt zu erforschen sowie selbst schöpferisch darin tätig zu sein.

III. Fazit: Die Suche nach dem Ursprung

Durch die vorliegende Untersuchung wurde mir klar, dass das musikalische System, dessen ein Mensch sich bedient, zum Teil konventionell, zum Teil aber auch naturgegeben ist: νόμος μὲν, φύσις δέ. Die Obertonreihe ist ein unbestreitbares physikalisches Phänomen, ebenso wie die Tatsache, dass für das Gehör ansprechende Intervalle mit einfachen mathematischen Proportionen einhergehen. Jedes funktionierende musikalische System muss irgendwie darauf fußen. Andererseits zeigen sich im Einzelnen unzählige Möglichkeiten, Tonleitern zu konstruieren. Die moderne Stimmung und die sieben weißen Tasten auf dem Klavier stellen nur eine mögliche Konvention dar, sodass sich völlig neue Welten auftun, wenn ein Musiker sich gewissermaßen *ab ovo* mit der Musik auseinandersetzt, anstatt sich ausschließlich einer bestehenden Konvention anzuschließen.

Bei der Arbeit an dieser Untersuchung habe ich selbst mit neuen Stimmungen experimentiert und wunderbare Tonarten, die meinen Ohren bislang völlig fremd waren, durch Berechnungen hervorgebracht. Dies ist nichts weniger als eine unmittelbare sinnliche Erfahrung von Mathematik und Proportion. Ich möchte abschließend festhalten, dass die Suche nach dem Ursprung der Töne, auf welche ich mich mit PTOLEMAIOS begab, eine verborgende Tiefe zutage gefördert hat, welche mich nun die Welt mit anderen Ohren hören lässt. Die Suche nach dem Ursprung der Dinge ist es, welche solche ungeahnten Dimensionen in den scheinbaren Selbstverständlichkeiten des Lebens aufblitzen lässt — sei es in der Musik oder in völlig anderen Fachbereichen. Antike Texte wiederum sind eine Tür zu dieser Suche. Mögen wir sie pflegen und vor dem Vergessen bewahren!

³⁰ Kayser, Hans: *Akróasis. Die Lehre von der Harmonik der Welt*. Basel: 1989, S. 12 f.

IV. Anhang

1. Literatur

- Böll, Franz: Studien über Claudius Ptolemäus. Ein Beitrag zur Geschichte der griechischen Philosophie und Astrologie. Leipzig: 1894
- Kayser, Hans: Akroasis. Die Lehre von der Harmonik der Welt. Basel: 1989
- Michels, Ulrich: dtv-Atlas Musik. Systematischer Teil. Musikgeschichte von den Anfängen bis zur Gegenwart. München: 2008
- Ptolemaios, Klaudios: Die Harmonielehre. Herausgegeben von Ingemar Düring. Göteborg: 1930

2. Hilfsmittel

- Bornemann, Eduard und Risch, Ernst: Griechische Grammatik. Frankfurt am Main: 1978
- Denniston, J. D.: The Greek Partikels. Oxford: 1954
- Gemoll, W. & Vretska, K.: Gemoll. Griechisch-deutsches Schul- und Handwörterbuch. Oldenburg: 2012
- Frisk, Hjalmar: Griechisches Etymologisches Wörterbuch. Heidelberg: 1973
- Liddell, Henry George and Scott, Robert (compiled by): A Greek-English Lexicon. Oxford: 1983
- Kühner, Raphael: Ausführliche Grammatik der Griechischen Sprache. Hannover: 1890

3. Ober- und Folgetonreihe bis zur 15. Stelle

	Obertonreihe			Folgetonreihe		
	Verhältnis	Tonhöhe	Intervall	Verhältnis	Tonhöhe	Intervall
Grundton	1/1	a'	Einklang	1/1	a'	Einklang
1.	2/1	a''	Oktave	2/1	a''	Oktave
2.	3/1	e''	Oktave + Quinte	3/2	e'	Quinte
3.	4/1	a'''	Doppeloktave (DO)	4/3	d'	Quarte
4.	5/1	cis'''	DO + gr. Terz	5/4	cis'	gr. Terz
5.	6/1	e'''	DO + Quinte	6/5	c'	kl. Terz
6.	7/1	g'''(n)	DO + Naturseptime	7/6	c'-	kl. Terz -
7.	8/1	a''''	dreifache Oktave (3O)	8/7	c'-2	kl. Terz -2
8.	9/1	h''''	3O + gr. Sekunde	9/8	h'	gr. Sekunde
9.	10/1	cis''''	3O + gr. Terz	10/9	h'-	gr. Sekunde -
10.	11/1	d''''(n)	3O + Naturquarte	11/10	h'-2	gr. Sekunde -2
11.	12/1	e''''	3O + Quinte	12/11	h'-3	gr. Sekunde -3
12.	13/1	f''''(n)	3O + Natursexta	13/12	h'-4	gr. Sekunde -4
13.	14/1	g''''(n)	3O + Naturseptime	14/13	h'-5	gr. Sekunde -5
14.	15/1	gis''''	3O + gr. Septime	15/14	h'-6	gr. Sekunde -6
15.	16/1	a'''''	vierfache Oktave	16/15	b'	kl. Sekunde
...						